



O funkcjach zależności promienia zasięgu wpływów głównych w zastosowaniu do modelowania przemieszczeń pionowych powierzchni terenu wskutek podziemnej eksploatacji złóż pokładowych z uwzględnieniem własności geomechanicznych masywu skalnego na potrzeby analiz w problematyce budownictwa na terenach górniczych

Witold Paleczek¹

STRESZCZENIE:

Zaproponowano wzory matematyczne do obliczania promienia zasięgu wpływów głównych w funkcji szeregu parametrów geomechanicznych górotworu. Wyprowadzone tu wzory mają zastosowanie do obliczeń w teorii Knothego-Budryka oraz teorii Chudka-Stefańskiego. Wykorzystano zależności otrzymane z analizy statystycznej zbioru znanych wartości parametrów geomechanicznych masywu skalnego pozyskanych z 16 otworów wiertniczo-badawczych tego samego rejonu, uwzględniające 34 rodzaje skał. Otrzymane zależności korelacyjne umożliwiły utworzenie wzorów matematycznych do modelowania osiadań górotworu w funkcji: wytrzymałości skał na ściskanie, ich kohezji, wytrzymałości na rozciąganie, wytrzymałości na ściskanie w stanie nasączenia wodą, współczynnika mięknięcia skał, średniego modułu Younga materiału skalnego, średniego ciężaru objętościowego, głębokości zalegania pokładu, grubości wyeksploatowanej warstwy, współczynnika eksploatacyjnego. Dotychczasowe wzory spotykane w literaturze uwzględniają mniejszą liczbę zmiennych. Opracowane wzory umożliwiają także obliczenie kąta zasięgu wpływów głównych, którego wartość jest stosowana dość powszechnie do wyznaczania filarów ochronnych. Proponowane wzory znajdują zastosowanie w modelowaniu deformacji powierzchni terenu wskutek podziemnej eksploatacji złóż pokładowych na potrzeby prowadzenia analiz w budownictwie na terenach górniczych bez konieczności stosowania rachunku całkowego przy zachowaniu równorzędnych wyników obliczeń.

SŁOWA KLUCZOWE:

modelowanie numeryczne; wzory całkowite i aproksymujące; teoria Knothego-Budryka; teoria Chudka-Stefańskiego, budownictwo na terenach górniczych

1. Wprowadzenie

Stosowane powszechnie w praktyce inżynierskiej własności geomechaniczne masywu skalnego to: wytrzymałość na ściskanie (R_c), wytrzymałość na rozciąganie (R_r), kohezja (c), wytrzymałość na ściskanie w stanie nasączenia wodą (R_{cm}), moduł sprężystości Younga (E). Można zauważyć, że parametry te podawane są w tej samej jednostce fizycznej: jest nią jednostka ciśnienia, a w praktyce operuje się jednostką MPa [1-8]. Uzyskane w wyniku analizy danych z 16 otworów wiertniczo-badawczych obejmujących 34 rodzaje skał zależności korelacyjne pomiędzy omawianymi parametrami geomechanicznymi prowadzą między innymi do ich charakterystycznych, uśrednionych wartości. Wartości te teoretycznie mogłyby charakteryzować nadkład

¹ Politechnika Częstochowska, Wydział Budownictwa, ul. Akademicka 3, 42-218 Częstochowa, e-mail: witold.paleczek@pcz.pl, orcid id: 0000-0003-4742-2078

w analizowanym górotworze i przedstawiają się one następująco: $R_r = 2.00$ MPa, $R_c = 25.00$ MPa, $R_{cn} = 11.11$ MPa, $c = 3.33$ MPa, $E = 4630.00$ MPa. Ponadto w obliczeniach przyjęto uśredniony ciężar objętościowy skał nadkładu jako $\gamma = 0.02$ MPa/m oraz wynikający z obliczeń uśredniony współczynnik mięknięcia skał $M = \frac{R_{cn}}{R_c} = 0.4444$ [6, 8]. Wartości te podstawione do propono-

wanych wzorów od (2) do (13) dają ten sam wynik. Należy nadmienić, że zacytowany tu wzór (1) wywodzi się bezpośrednio z teorii Knothego-Budryka, natomiast wzór (5) wywodzi się bezpośrednio z teorii Chudka-Stefańskiego [1, 2].

W celu odróżnienia poszczególne wzory opatrzone dodatkową numeracją od r_1 do r_{12} . Wybiórczo przytoczono wyniki z obliczeń wartości parametru stosowanego w teorii Knothego-Budryka, jakim jest $tg(\beta)$, a zatem kąt zasięgu wpływów głównych β – przypominamy, że wynika on ze wzoru (1) tej teorii. Można nadmienić, że wartość $tg(\beta)$ stosowana jest często do obliczania filarów ochronnych, [6]. W przedstawionych, przykładowych obliczeniach przyjęto we wzorach odpowiednio wartość zmiennej $H = 300$ m

$$r = \frac{H}{tg(\beta)} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} r_1(H, c, \gamma) &= \sqrt{\frac{3 \cdot H \cdot c}{5 \cdot \gamma}} \Rightarrow \sqrt{\frac{3 \cdot 300 \cdot 3.33}{5 \cdot 0.02}} = \\ &= 173.1m \Rightarrow tg(\beta) = 1.733 \Rightarrow \beta = 60.012^\circ \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} r_2(H, R_c, \gamma) &= \sqrt{\frac{2 \cdot H \cdot R_c}{25 \cdot \gamma}} \Rightarrow \sqrt{\frac{2 \cdot 300 \cdot 25}{25 \cdot 0.02}} = \\ &= 173.2m \Rightarrow tg(\beta) = 1.732 \Rightarrow \beta = 60.0^\circ \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} r_3(H, R_{cn}, \gamma) &= \sqrt{\frac{9 \cdot H \cdot R_{cn}}{50 \cdot \gamma}} \Rightarrow \sqrt{\frac{9 \cdot 300 \cdot 11.11}{50 \cdot 0.02}} = \\ &= 173.2m \Rightarrow tg(\beta) = 1.732 \Rightarrow \beta = 60.0^\circ \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} r_4(H, R_r, \gamma) &= \sqrt{\frac{H \cdot R_r}{\gamma}} \Rightarrow \sqrt{\frac{300 \cdot 2}{0.02}} = \\ &= 173.2m \Rightarrow tg(\beta) = 1.732 \Rightarrow \beta = 60.0^\circ \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} r_5(H, E, \gamma) &= \sqrt{\frac{27 \cdot H \cdot E}{25^2 \cdot 10^2 \cdot \gamma}} \Rightarrow \sqrt{\frac{27 \cdot 300 \cdot 4630}{25^2 \cdot 10^2 \cdot 0.02}} = \\ &= 173.2m \Rightarrow tg(\beta) = 1.732 \Rightarrow \beta = 60.0^\circ \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} r_6(H, c, R_c, R_{cn}, E, \gamma) &= \sqrt{\frac{H}{500^2} \cdot \left(\frac{37500 \cdot c + 5000 \cdot R_c + 11250 \cdot R_{cn} + 27 \cdot E}{\gamma} \right)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \sqrt{\frac{300}{500^2} \cdot \left(\frac{37500 \cdot 3.33 + 5000 \cdot 25 + 11250 \cdot 11.11 + 27 \cdot 4630}{0.02} \right)} = 173.2m \end{aligned} \quad (7)$$

$$r_7(H, c, R_c, R_{cn}, E, R_r, \gamma) = \sqrt{H \cdot \left(\frac{37500 \cdot c + 5000 \cdot R_c + 11250 \cdot R_{cn} + 27 \cdot E + 62500 \cdot R_r}{312500 \cdot \gamma} \right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{300 \cdot \left(\frac{37500 \cdot 3.33 + 5000 \cdot 25 + 11250 \cdot 11.11 + 27 \cdot 4630 + 62500 \cdot 2}{312500 \cdot 0.02} \right)} = 173.2m \quad (8)$$

$$r_8(H, c, R_c, E, R_{cn}, \gamma) = \sqrt{\frac{H \cdot (18750 \cdot c + 5000 \cdot R_c + 27 \cdot E + 5625 \cdot R_{cn})}{187500 \cdot \gamma}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{3 \cdot 300 \cdot (18750 \cdot 3.33 + 5000 \cdot 25 + 27 \cdot 4630 + 5625 \cdot 11.11)}{750^2 \cdot 0.02}} = 173.2m \quad (9)$$

$$r_9(H, c, R_c, R_{cn}, E, \gamma) = \sqrt{\frac{H \cdot (37500 \cdot c + 5000 \cdot R_c + 11250 \cdot R_{cn} + 27 \cdot E)}{500^2 \cdot \gamma}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{300 \cdot (37500 \cdot 3.33 + 5000 \cdot 25 + 11250 \cdot 11.11 + 27 \cdot 4630)}{500^2 \cdot 0.02}} = 173.2m \quad (10)$$

$$r_{10}(H, c, R_{cn}, R_c, \gamma) = \sqrt{\frac{45 \cdot H \cdot (270 \cdot c + 79 \cdot R_{cn} + 40 \cdot R_c)}{250^2 \cdot \gamma}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{45 \cdot 300 \cdot (270 \cdot 3.33 + 79 \cdot 11.11 + 40 \cdot 25)}{250^2 \cdot 0.02}} = 173.2m \quad (11)$$

$$r_{11}(H, R_c, R_{cn}, \gamma) = \frac{2\sqrt{2}}{15} \cdot \sqrt{\frac{H \cdot R_c^2}{R_{cn} \cdot \gamma}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2\sqrt{2}}{15} \cdot \sqrt{\frac{300 \cdot 25^2}{11.11 \cdot 0.02}} = 173.2m \quad (12)$$

$$r_{12}\left(H, R_c, M = \frac{R_{cn}}{R_c}, \gamma\right) = r_{12}(H, R_c, M, \gamma) = \sqrt{\frac{8 \cdot H \cdot R_c}{15^2 \cdot M \cdot \gamma}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{15} \cdot \sqrt{\frac{H \cdot R_c}{M \cdot \gamma}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{8 \cdot 300 \cdot 25}{15^2 \cdot \left(\frac{11.11}{25}\right) \cdot 0.02}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{15} \sqrt{\frac{300 \cdot 25}{0.4444 \cdot 0.02}} = 173.2m \quad (13)$$

2. Wyniki aproksymacji

W teorii Knothego-Budryka przemieszczenia pionowe, jako podstawowy wskaźnik deformacji, rozważane dla przypadku pojedynczego pola eksploatacyjnego, w zadaniu tzw. „nieskończonej półpłaszczyzny” określa wzór (14) [1, 3-8]. Wzór (15) określa obniżenia (osiadania) dla przypadku pojedynczego pola eksploatacyjnego w zadaniu przestrzennym – dla uproszczenia notacji pominięto we wzorach dwa parametry: obniżenie wynikające z komprymacji górotworu w_w oraz obrzeże eksploatacyjne d – szczegóły dotyczące interpretacji takich uproszczeń omówiono w pracy [3]

$$w(x) = \frac{a \cdot g}{r} \cdot \int_{-\infty}^x e^{-\frac{\pi \cdot \lambda^2}{r^2}} d\lambda \quad (14)$$

$$w(x, y) = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \frac{a \cdot g}{r^2} \cdot e^{-\frac{\pi[(\xi-y)^2 + (\eta-x)^2]}{r^2}} d\xi d\eta \quad (15)$$

Oznaczenia we wzorach (14) i (15):

$w(x)$, $w(x, y)$ – odpowiednio wartości przemieszczeń pionowych (osiadań, obniżeń) w punkcie o współrzędnych bieżących – zadanie tzw. „nieskończonej półpłaszczyzny” – wzór (14); zadanie przestrzenne dla prostokątnego pola eksploatacyjnego o współrzędnych jego przekątnej X_1, Y_1, X_2, Y_2 przedstawiono wzorem (15);

a – współczynnik eksploatacyjny (współczynnik wypełnienia pustki poeksploatacyjnej);

g – grubość wyeksploatowanej warstwy (tzw. wysokość furty eksploatacyjnej);

r – promień zasięgu wpływów głównych z zależności określonej wzorem (1), w której kąt β jest kątem zasięgu wpływów głównych, natomiast H jest głębokością zalegania warstwy.

Po podstawieniu do (14) zależności (8) oraz przy założeniu, że $N = \pi$ otrzymujemy obniżenie $w(x)$ w funkcji jedenastu zmiennych, tj.: $w(x, a, g, H, E, R_r, c, R_{cn}, R_c, N, \gamma)$, co przedstawiono wzorem (16)

$$w_{(16)}(x) = \frac{a \cdot g}{\sqrt{H \cdot \left(\frac{37500 \cdot c + 5000 \cdot R_c + 11250 \cdot R_{cn} + 27 \cdot E + 62500 \cdot R_r}{312500 \cdot \gamma} \right)}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{-\frac{-N \cdot x^2}{H \left(\frac{37500 \cdot c + 5000 \cdot R_c + 11250 \cdot R_{cn} + 27 \cdot E + 62500 \cdot R_r}{312500 \cdot \gamma} \right)}} d\lambda \quad (16)$$

Z kolei po podstawieniu do (15) zależności (8), przy założeniu $N = \pi$, otrzymujemy obniżenie $w(x, y)$ dla przypadku pojedynczego, prostokątnego pola eksploatacyjnego, o współrzędnych jego przekątnej X_1, Y_1, X_2, Y_2 , w funkcji dwunastu zmiennych, tj.: $w(x, y, a, g, H, E, R_r, c, R_{cn}, R_c, N, \gamma)$, co przedstawiono wzorem (17)

$$w(x, y) = \frac{312500 \cdot \gamma \cdot a \cdot g}{H \cdot (37500 \cdot c + 5000 \cdot R_c + 11250 \cdot R_{cn} + 27 \cdot E + 62500 \cdot R_r)} \cdot \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \frac{e^{-\frac{312500 \cdot N \cdot \gamma \cdot [(\xi-y)^2 + (\eta-x)^2]}{H \cdot (37500 \cdot c + 5000 \cdot R_c + 11250 \cdot R_{cn} + 27 \cdot E + 62500 \cdot R_r)}}}{H \cdot (37500 \cdot c + 5000 \cdot R_c + 11250 \cdot R_{cn} + 27 \cdot E + 62500 \cdot R_r)} d\xi d\eta \quad (17)$$

Próbując znaleźć rozwiązanie zamknięte dla równania określonego wzorem (16), otrzymano (wykorzystując metody aproksymacyjne) jego pierwsze przybliżenie. Określono je wzorem (18). *Uwaga:* w obliczeniach przyjęto ujemną wartość parametru a , aby wartość wynikowa osiadania była liczbą ujemną; przyjęto empiryczną wartość parametru $\nu = 4.25$, patrz prace [3, 7]

$$w_{(18)}(x) = a \cdot g \cdot \left(1 - \frac{1}{\nu \cdot x} \frac{1}{1 + e^{\sqrt{5 \cdot H \cdot \left(\frac{37500 \cdot c + 5000 \cdot R_c + 11250 \cdot R_{cn} + 27 \cdot E + 62500 \cdot R_r}{1250^2 \cdot \gamma} \right)}}} \right) \quad (18)$$

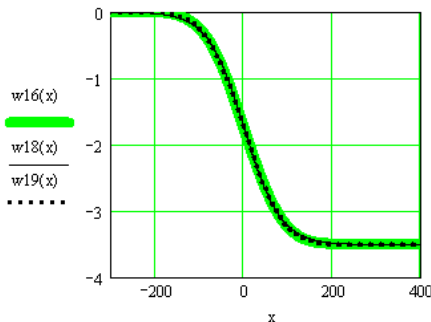
Maksymalne różnice wyników otrzymywanych ze wzoru (18) względem wzoru całkowego (16) nie przekraczają wartości ± 0.04 m. Różnice te wynikają w sposób oczywisty z zastosowanego modelu funkcji aproksymującej.

W celu zwiększenia dokładności obliczeń wzór (16) aproksymowano do postaci określonej wzorem (19)

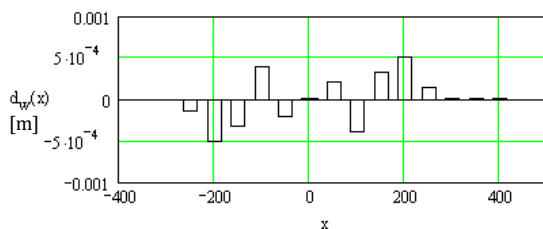
$$w_{(19)}(x) = a \cdot g \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + e^{\sqrt{\frac{\left(\frac{\sqrt[3]{\frac{2007}{10000}} \cdot x \cdot \sqrt{N}}{H \cdot (37500 \cdot c + 5000 \cdot R_c + 11250 \cdot R_{cn} + 27 \cdot E + 62500 \cdot R_r)}{312500 \cdot \gamma}} \right)^3 + \left(\frac{11293}{5000} \right) \cdot x \cdot \sqrt{N}}{H \cdot (37500 \cdot c + 5000 \cdot R_c + 11250 \cdot R_{cn} + 27 \cdot E + 62500 \cdot R_r)}{312500 \cdot \gamma}}}} \right)} \right) \quad (19)$$

Maksymalne różnice wyników otrzymywane ze wzorów (16) i (19) nie przekraczają wartości ± 0.6 mm, co dla zastosowań praktycznych, inżynierskich, w zadaniach modelowania obniżenia poeksploatacyjnych powierzchni terenu wydaje się wartością akceptowalną, gdyż na tego typu niedokładności składa się wiele czynników także naturalnych, z których można tu wymienić: niejednorodność górotworu, stopień rozpoznania górotworu poprzez dane z otworów wiertniczo-badawczych, dokładności wyników badań laboratoryjnych przy określaniu wartości parametrów geomechanicznych skał z pobranych (odprężonych) próbek masywu skalnego [4, 6, 8].

Na rysunku 1 przedstawiono wykres zbiorczy funkcji wynikających odpowiednio ze wzorów (16), (18) i (19), natomiast na rysunku 2 przedstawiono maksymalne różnice w wynikach otrzymywanych odpowiednio ze wzorów (16) względem (19) według danych liczbowych jak na rysunku 1.



Rys. 1. Wykresy funkcji określonych wzorami: (16) – oznaczenie linią ciągłą pogrubioną, (18) – linią ciągłą, (19) – linią kropkowaną; do sporządzenia wykresu przyjęto poglądowe wartości liczbowe zmiennych: $a = -0.9$, $v = 4.25$, $g = 3.9$ m, $H = 300$ m, $N = \pi$, $c = 3.33$ MPa, $R_{cn} = 11.11$ MPa, $R_c = 25$ MPa, $R_r = 2$ MPa, $E = 4630$ MPa, $\gamma = 0.02$ MPa/m; oznaczenia osi poziomej przyjęto w taki sposób, że: wartości ujemne na osi x oznaczają obszar nad calizną, „zero” jest krawędzią frontu (przy zerowej wartości obrzeża eksploatacyjnego: $d = 0$), wartości dodatnie są nad obszarem wyeksploatowanym; oś pionowa: wartości osiadań; dla obu osi wyniki podano w [m]; przypadek tzw. „nieskończonej półpłaszczyzny” został tu uproszczony w taki sposób, że nie uwzględniono obrzeża eksploatacyjnego „ d ” oraz wstępnych osiadań „ w_w ” [3]



Rys. 2. Wykres obrazujący różnice wartości wynikowych z funkcji (16) względem (19), z których maksymalne nie przekraczają $\pm 6 \cdot 10^{-4} \text{ m} = \pm 0.6 \text{ mm}$; wykres obrazuje zależność określoną różnicą: $d_w = w_{(16)} - w_{(18)}$; oznaczenie osi jak na rysunku 1

3. Wnioski

Proponowane wzory do obliczania promienia zasięgu wpływów głównych w górotworze oraz obliczania kąta zasięgu wpływów głównych zostały utworzone na podstawie analizy materiału empirycznego (bazy danych z otworów wiertniczo-badawczych). Zastosowane kombinacje parametrów wchodzących w skład poszczególnych wzorów, funkcji wskazują na zróżnicowanie możliwości modelowania deformacji górotworu wskutek podziemnej eksploatacji górniczej. Otrzymywane wyniki mogą być przydatne w prowadzeniu analiz w budownictwie na terenach górniczych. Z kolei uzyskane z aproksymacji wzory matematyczne umożliwiają obliczanie wartości obniżen powierzchni terenu, jako podstawowego wskaźnika deformacji, z zastosowaniem założeń wynikających z zacytowanych i stosowanych w praktyce inżynierskiej dwóch teorii bez konieczności stosowania rachunku całkowego. Różnice między otrzymywanymi wynikami oszacowanych obniżen ze wzorów aproksymujących względem wzorów całkowych nie przekraczają wartości kilku dziesiątych milimetra, co dla potrzeb inżynierskich w tym zakresie może być raczej akceptowalne, a w szczególności przy modelowaniu obniżen powierzchni terenu wskutek eksploatacji górniczej złóż pokładowych na potrzeby budownictwa na terenach górniczych.

Literatura

- [1] Knothe S., Prognozowanie wpływów eksploatacji górniczej, Wydawnictwo Śląsk, Cieszyn 1984.
- [2] Chudek M., Stefański L., Teoretyczne ujęcie wpływu podziemnej eksploatacji złóż na deformację powierzchni terenu przy uwzględnieniu warstwowej budowy górotworu, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej 1987, seria Górnictwo 145, 13-62.
- [3] Paleczek W., Modelowanie deformacji powierzchni terenu wskutek podziemnej eksploatacji górniczej w aspekcie budownictwa na terenach górniczych, Seria: Monografie nr 252, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2013.
- [4] Kwiatek J. (red.), Ochrona obiektów budowlanych na terenach górniczych, Wydawnictwo Głównego Instytutu Górnictwa, Katowice 1998.
- [5] Paleczek W., O zastosowaniu wzorów aproksymujących funkcję osiadań powierzchni terenu wskutek podziemnej eksploatacji złóż na potrzeby analiz w budownictwie na terenach górniczych, Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej 2019, seria Budownictwo 25, 180-185.
- [6] Borecki M. (red.), Ochrona powierzchni przed szkodami górniczymi, Wydawnictwo Śląsk, Katowice 1980.
- [7] Paleczek W., O problemach w modelowaniu deformacji powierzchni terenu w aspekcie budownictwa na terenach górniczych, Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej 2018, seria Budownictwo 24, 267-272.
- [8] Paleczek W., Metoda określania wielkości i zasięgu deformacji powierzchni terenu powodowanych podziemną eksploatacją złóż z uwzględnieniem własności geomechanicznych skał górotworu, Polska Akademia Nauk, Komitet Inżynierii Lądowej i Wodnej, Instytut Podstawowych Problemów Techniki, Studia z Zakresu Inżynierii nr 58, Warszawa 2007.

On the radius dependence functions of the main influences range used to model vertical displacements of the terrain surface due to underground mining of seam deposits taking into account the geomechanical properties of the rock mass for the needs of construction in mining areas

ABSTRACT:

The proposed mathematical formulas for calculating the radius of the range of main influences as a function of a number of rock mass geomechanical parameters are presented. These formulas are applicable in Knothe-Budryk theory and Chudek-Stefański theory. The proposed formulas use dependencies obtained as a result of statistical analysis of a set of known values of geomechanical parameters of the rock mass obtained from 16 boreholes in the same region, taking into account 34 types of rocks. The obtained correlation dependencies enabled the creation of mathematical formulas for modeling rock mass settlements as a function of: rock compressive strength, their cohesion, tensile strength, compressive strength when saturated with water, softening factor, Youngs modulus, volumetric weight, depth of deposit, thickness of the exploited layer, service factor. The current formulas found in the literature include a smaller number of variables. The formulas also make it possible to calculate the angle of range of main influences, its value is used to determine the protective pillars. The proposed solutions are used in modeling terrain surface deformations as a result of underground exploitation for the needs of conducting analyzes in construction in mining areas – without the need to use integral calculus.

KEYWORDS:

numerical modeling; integral and approximation formulas; Knothe-Budryk theory; Chudek-Stefański theory; construction in mining areas