



O problemach w modelowaniu deformacji powierzchni terenu w aspekcie budownictwa na terenach górniczych

Witold Paleczek¹

STRESZCZENIE:

Przedstawiono rozwiązanie zadania modelowania obniżenia powierzchni terenu i górotworu, w którym uwzględniono jednoczesne występowanie: wstępnych przemieszczeń pionowych, asymetryzacji i wypiętrzeń. Podane wzory obliczeniowe opracowano na podstawie studium teoretyczno-empirycznego. Mogą być one przydatne do celów inżynierskich i konstrukcyjnych przy zastosowaniu w modelowaniu konstrukcji i budownictwie na terenach wpływów podziemnej eksploatacji górniczej.

SŁOWA KLUCZOWE:

deformacja górotworu; modelowanie; niecka obniżeniowa; wypiętrzenie; asymetria

1. Wprowadzenie

Problematyka budownictwa na terenach górniczych obejmuje między innymi zagadnienia z zakresu modelowania deformacji powierzchni terenu wskutek planowanej podziemnej eksploatacji górniczej [1–10]. W odróżnieniu do modelowania prognozowanie takich deformacji jest problemem bardzo złożonym ze względu na to, że górotwór jest ośrodkiem niejednorodnym, anizotropowym, ośrodkiem wielowarstwowym, [3–6, 9]. Współcześnie stosowanymi w praktyce inżynierskiej programami obliczeniowymi służącymi do analizy deformacji obiektów inżynierskich posadowionych na podłożu ulegającym deformacjom są algorytmy bazujące na MES [11]. W celu powiązania analiz modeli w MES przy rozwiązywaniu zadań dotyczących deformacji powierzchni terenu pod wpływem podziemnej eksploatacji górniczej wykorzystywane są między innymi wzory teorii statystyczno-całkowych, z których wymienić tu można teorię S. Knothego–W. Budryka oraz teorię M. Chudka–L. Stefańskiego [12–17]. Obie wymienione teorie bazują na znanej ze statystyki matematycznej funkcji rozkładu normalnego Gaussa (tzw. „krzywa dzwonowa”), [13, 15, 18]. Wyniki z pomiarów wykonywanych na liniach obserwacyjnych usytuowanych na terenach wpływów górniczych wykazują tworzenie się na powierzchni terenu obniżenia ciągłych, które określane są w literaturze mianem niecek obniżeniowych. Wykresy ich przekrojów pionowych w wielu przypadkach odbiegają swym kształtem od „krzywej dzwonowej” Gaussa, co można tłumaczyć naturalnym, nierównomiernym przemieszczaniem się mas skalnych w górotworze – należy tu także wziąć pod uwagę jego warstwową budowę. Różnice te można zauważyć, stosując jako analogię porównanie do ugięcia obciążonej punktowo belki lub płyty sprężystej o odpowiedniej grubości posadowionej na sprężystym podłożu. Na wykresie przekroju pionowego ugięcia takiej belki lub płyty występuje nie tylko jej główne ugięcie występujące w punkcie przyłożenia siły i w kierunku jej działania, lecz także ugięcia boczne o kierunku przeciwnym do działającej siły. Ugięcia te występują na obrzeżach obszaru obciążonego siłą główną i są zgodne z przebiegiem wykresu funkcji będącej rozwiąza-

¹ Politechnika Częstochowska, Wydział Budownictwa, ul. Akademicka 3, 42–218 Częstochowa, e-mail: wpaleczek@bud.pcz.pl, orcid id: 0000-0003-4742-2078

niem równania różniczkowego obciążonej punktowo belki na podłożu sprężystym. Spostrzeżenie to znajduje zastosowanie w wyjaśnieniu kształtów przekrojów pionowych (tzw. profili) niecek obniżeniowych. Występującą analogię można wytłumaczyć w taki sposób, że im płycej zalega warstwa sztywna nad zaciskaną pustką/wyrobiskiem w górotworze, tym większe są wypiętrzenia na obrzeżach niecki obniżeniowej. W tym przypadku przez linię ugięcia belki można rozumieć porównanie linii przekroju pionowego niecki obniżeniowej przed jej wytworzeniem do linii ugięcia spowodowanego działaniem na nadkład sił grawitacji zaciskających pustkę poeksploacyjną w górotworze [3, 4, 10, 11, 15, 18]. Kolejną rozbieżnością, którą można wyodrębnić, jest to, że w odniesieniu do linii przekroju pionowego niecki obniżeniowej przed jej wytworzeniem i linii rozpatrywanej po jej wytworzeniu zauważalne jest przesunięcie wzajemne obu linii, charakteryzujące się w najprostszym ujęciu ich przybliżoną równoległością. Zjawisko to można z kolei wytłumaczyć np. kompresją górotworu wskutek prowadzenia jego odwadniania związanego z przygotowawczymi robotami eksploatacyjnymi (np. drażnienie i odwadnianie szybów udostępniających złożu). Obliczenia matematyczne związane z krzywą rozkładu normalnego wykazują, iż „krzywa dzwonowa” Gaussa jako wykres funkcji matematycznej na obrzeżach przyjmuje wartości zerowe przy jednoczesnym ekstremum występującym w jej części środkowej. Zauważamy jednak, że linia przekroju pionowego przez nieckę obniżeniową poddana procesowi aproksymacji krzywą rozkładu normalnego jest możliwa dopiero po wprowadzeniu do modelu równania aproksymacyjnego „krzywej dzwonowej” stałej dodawania. Stała ta umożliwi rozwiązanie układu równań nieliniowych w procesie aproksymacji bez konieczności stosowania dodatkowych obliczeń związanych z poszukiwaniem wartości początkowych rozwiązania takiego układu równań, w którym nie uwzględniono stałej dodawania w modelu „krzywej dzwonowej” Gaussa [5, 8]. Przy deformacjach o charakterze ciągłym wymienione tu dwa odstępstwa od kształtu krzywej rozkładu normalnego prowadzą do utrudnień modelowania deformacji powierzchni terenu na podstawie danych geomechanicznych skał pozyskanych z geologicznych profili wiertniczo-badawczych i planowanych rozmiarów podziemnych wyrobisk eksploatacyjnych bazujących na wspomnianych teoriach statystyczno-całkowych. W tym miejscu można przypomnieć, że inne są parametry stosowane do modelowania osiadania w przypadku braku podsadzania wyrobisk podziemnych (tzw. eksploatacja zawałowa), a inne przy stosowaniu podparcia górotworu w wyrobiskach (tzw. eksploatacja z podsadzką).

Podstawowe wskaźniki deformacji powierzchni terenu powiązane z obniżeniem (przemieszczeniem pionowym) to nachylenie i krzywizna pionowa będące odpowiednio pierwszą i drugą pochodną funkcji obniżeń. Pozostałe wskaźniki deformacji przyjmowane są zazwyczaj przy zastosowaniu analogii do postulatu S.G. Awierszyna, mówiący o proporcjonalności nachyleń i krzywizn odpowiednio do przemieszczeń poziomych i odkształceń [19–22]. Nakreślone tu zależności znajdują swoje uzasadnienie także w pracy [23], w której autor, bazując na rozwiązaniach równań różniczkowych wywodzących się z teorii sprężystości dla ośrodka anizotropowego, warstwowego, potwierdza je równocześnie obliczeniami z zastosowaniem MRS (metody różnic skończonych) – obliczenia te odniesione zostały do ośrodka anizotropowego, wielowarstwowego – ośrodkiem takim jest również górotwór.

Praktyczne, technologiczne aspekty zastosowania wniosków z podjętych rozważań teoretycznych znajdujemy między innymi w pracy [24], w której autorzy piszą o utylitarnych korzyściach ustrojów wielowarstwowych na wybranym, konkretnym przykładzie mającym zastosowanie w budownictwie.

2. Zależności matematyczne wynikające z rozważanych modeli obliczeniowych

W celu wykonania wizualizacji wynikających z rozważanych modeli obliczeniowych wykorzystano wzory matematyczne do modelowania osiadań powierzchni terenu, a ze względu na uproszczenie wynikające z symetrii krzywej rozkładu normalnego przedstawiono przykład odnoszący się do nieskończonej półpłaszczyzny i określono wzorem (1) – wzór ten ze względu

na przyjęte uproszczenia nie uwzględnienia także obniżen wstępnych wynikających np. z komprimacji górotworu wskutek odwadniania [5, 8, 12, 22]:

$$w_w(x) = \frac{w_{max}}{r} \cdot \int_x^{-\infty} e^{-\frac{\pi \cdot \lambda^2}{r^2}} d\lambda = \frac{-w_{max}}{2} - \frac{w_{max} \cdot erf\left(\frac{x \cdot \sqrt{\pi}}{r}\right)}{2} \quad (1)$$

We wzorze (1) występuje statystyczna funkcja błędu ERF, której wartości można obliczyć ze wzoru:

$$erf(\eta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sum_{M=0}^n (-1)^M \cdot \frac{\eta^{2M+1}}{(2 \cdot M + 1) \cdot M!} \quad (2)$$

Wzór (2) dla celów porównawczych aproksymowano modelem funkcji określonej wzorem:

$$erf(\eta) \approx f_1(\eta) := \begin{cases} \xi \leftarrow \left(1 - \frac{2}{1 + e^{2,4[\eta(-1)]}}\right) \cdot (-1) & \text{jeśli } \eta > 294 \\ \xi \leftarrow 1 - \frac{2}{1 + e^{2,4\eta}} & \text{jeśli } \eta \leq 294 \end{cases} \quad (3)$$

Dokładność obliczeń przy zastosowaniu wzoru (3) zwiększono, aproksymując funkcję błędu ERF modelem funkcji określonej wzorem:

$$erf(\zeta) \approx f_2(\zeta) := \begin{cases} \xi \leftarrow \left(1 - \frac{2}{1 + e^{0,2007[\zeta(-1)]^3 + 2,2586[\zeta(-1)]}}\right) \cdot (-1) & \text{jeśli } \zeta > 14,9 \\ \xi \leftarrow 1 - \frac{2}{1 + e^{0,2007\zeta^3 + 2,2586\zeta}} & \text{jeśli } \zeta \leq 14,9 \end{cases} \quad (4)$$

Można zauważyć, że przyjęte empiryczne wartości związane ze stosowalnością wzorów (3) i (4) wynoszą w przybliżeniu odpowiednio 294 oraz 14,9, natomiast w przypadku wzoru (2) wartości argumentów wynoszą odpowiednio -5,9 i +5,9: przykładowo przy wartości argumentu ±6,4 otrzymana wartość funkcji ze wzoru (2) wynosi już ±3,083, podczas gdy ze wzorów (3) i (4) odpowiednio ±1.

W celu ułatwienia obliczeń funkcję określoną wzorem (1) przekształcono do prostszej postaci, uwzględniając przy tym wstępne obniżenia w_w i określono wzorem:

$$w_2(x) = w_{max} \cdot \left[\exp\left(\frac{1}{\psi}\right) - 1 \right] - w_w \quad (5)$$

w którym:

$$\psi = v \cdot \frac{(x-d)}{r}$$

$$v = \frac{213181}{50144}$$

We wzorze (6) zastosowano szereg przekształceń prowadzących do pierwszej możliwej postaci wzoru rozwiązującego problem trzech „niedogodności” występujących w przypadku wzoru (1), sprowadzających się do jednoczesnego określenia w jednym równaniu:

- 1) obniżenia początkowego (np. wskutek odwadniania i komprymacji górotworu);
 - 2) asymetryzacji wynikającej z istnienia obrzeża eksploatacyjnego (co jest cechą charakterystyczną dla ośrodków wielowarstwowych);
 - 3) wypiętrzeń (czyli wartości funkcji krzywizny o niesymetrycznych wartościach w okolicach usytuowania krawędzi frontu) występujących najczęściej na obrzeżach niecki osiadania.
- Wzór ten określono zależnością:

$$w_{\tau}(x) = - \left[w_{max} \cdot \frac{\exp(\xi) \cdot [\exp(\xi) - 1]}{[\exp(\xi) + 1]^2} + w_w \right] \quad (6)$$

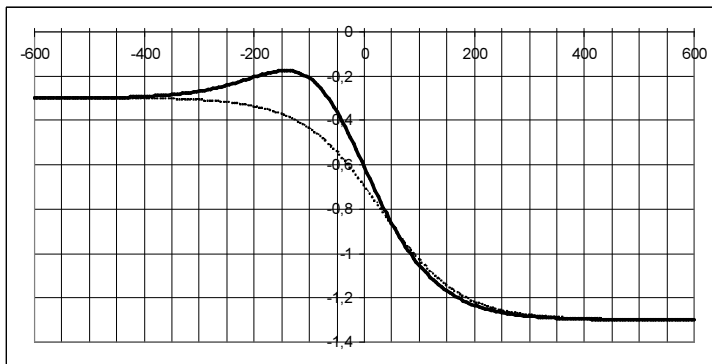
w której:

$$\xi = v \cdot \left(\frac{x + \frac{r}{\pi} - d}{r} \right)$$

Oznaczenia podstawowych zmiennych występujących we wzorach od (1) do (6) zastosowano zgodnie z obowiązującą w literaturze konwencją, tj.: $w(x)$ – obniżenie liczone w danym punkcie x przekroju pionowego niecki obniżeniowej, w_w – obniżenia wstępne, r – promień zasięgu wpływów głównych, w_{max} – obniżenie maksymalne nad zrobami, d – obrzeże eksploatacyjne będące przyczyną występowania asymetrii.

Funkcję określoną wzorem (6) przekształcono do postaci umożliwiającej prowadzenie modelowania obniżeń (i także innych wskaźników deformacji terenu wynikających oczywiście z pierwszej i drugiej pochodnej funkcji obniżeń w celu uzyskania wzorów będących odpowiednio nachyleniem i krzywizną, natomiast przy zachowaniu postulatu S.G. Awierszyna, otrzymując odpowiednio wzory na przemieszczenia poziome i odkształcenia [5]). Dalsze przekształcenia przedstawionych formuły obliczeniowej określonej wzorem (6) prowadzą do znacznie bardziej skomplikowanych wzorów matematycznych.

Wizualizację funkcji uwzględniającej wypiętrzenia, asymetryzację i obniżenia wstępne przedstawiono na rysunku 1: dla uproszczenia przyjęto tu model stosowany w przypadku nieskończonej półpłaszczyzny; w obliczeniach zastosowano następujące, poglądowe wartości liczbowe parametrów: $w_w = 0,3$ m, $w_{max} = 1$ m, $r = 300$ m, $d = 30$ m.



Rys. 1. Wykres funkcji określonej wzorem (5) oznaczono na rysunku linią cięszą, natomiast wzorem (6) linią pogrubioną; przyjęto następujące oznaczenia: oś pionowa – obniżenia, [m]; oś pozioma – odległości od krawędzi frontu eksploatacyjnego odniesione do nieskończonej półpłaszczyzny w taki sposób, że strona ujemna dotyczy obszaru nad calizną, punkt zerowy jest krawędzią frontu, strona dodatnia dotyczy obszar nad zrobami, [m]; wartości przyjętych parametrów występujących we wzorach podano w tekście

3. Wnioski

Posługiwanie się wzorami (3) lub (4) w zależności od przyjętej dokładności obliczeń jest zasadne ze względu na to, że postaci algebraiczne tych wzorów są w prezentowanym przypadku znacznie prostsze od wzorów całkowych – np. wzór (1), wobec czego można je stosować do szybkich, orientacyjnych obliczeń odrębnych, np. przy braku dostępu do skomplikowanego oprogramowania komputerowego. Modelowanie wypiętrzeń na obrzeżach niecki obniżeniowej zaprezentowane we wzorze (6) ma swoje uzasadnienie w tym, że obliczenia dotyczące wytrzymałości fundamentów budowlanych na terenach górniczych mogą być testowane modelowo nie tylko dla przypadku występowania obniżeń, ale także w przypadku możliwości wystąpienia jednoczesnego wypiętrzeń i osiadań, co często ma miejsce w praktyce inżynierskiej. Wartości wskaźników deformacji, jak nachylenia, odkształcenia i krzywizny można wykorzystywać także do obliczeń wytrzymałościowych w konstrukcjach inżynierskich jako obliczenia stanowiące dodatkowy element bezpieczeństwa dla projektanta zajmującego się problematyką budownictwa na terenach górniczych [9, 18, 21, 22].

Literatura

- [1] Drzęzła B., Opis programów prognozowania deformacji górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej – aktualny stan oprogramowania, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej 1989, seria Górnictwo 165.
- [2] Batkiewicz W., Obliczanie wskaźników poeksploatacyjnych deformacji terenu, Wydawnictwo Śląsk, Katowice 1968.
- [3] Borecki M., Chudek M., Mechanika górotworu, Wydawnictwo Śląsk, Katowice 1972.
- [4] Chudek M. (red.), Ochrona środowiska w Górnośląskim i Donieckim Zagłębiu Węglowym, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2003.
- [5] Paleczek W., Modelowanie deformacji powierzchni terenu wskutek podziemnej eksploatacji górniczej w aspekcie budownictwa na terenach górniczych, Seria Monografie Nr 252, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2013.
- [6] Chudek M., Stefański L., Teoretyczne ujęcie wpływu podziemnej eksploatacji złóż na deformację powierzchni przy uwzględnieniu warstwowej budowy górotworu, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej 1987, seria Górnictwo 145.
- [7] Borecki M. (red.), Ochrona powierzchni przed szkodami górniczymi, Wydawnictwo Śląsk, Katowice 1980.
- [8] Paleczek W., Wpływ robót górniczych na górotwór i powierzchnię terenu z uwzględnieniem przemieszczeń pionowych wskutek odwodnienia, Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej 2008, seria Budownictwo 14, 119–128.
- [9] Kwiatek J., Obiekty budowlane na terenach górniczych, Wydanie II, Wydawnictwo Głównego Instytutu Górnictwa, Katowice 2007.
- [10] Kratsch H., Bergschadenkunde, Springer Verlag, Berlin–Heidelberg–New York 1974.
- [11] Grajek K., Oprogramowanie z wykorzystaniem metody elementów skończonych: ABC Płyta. Tarcza. Rama, T. 1–2, Pro-Soft, Gliwice 1999.
- [12] Paleczek W., Metoda obliczania wartości promienia zasięgu wpływów głównych z wykorzystaniem danych geomechanicznych skał, Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej 2009, seria Budownictwo 15, 19–36.
- [13] Knothe S., Prognozowanie wpływów eksploatacji górniczej, Wydawnictwo Śląsk, Katowice 1984.
- [14] Knothe S., Asymetryczna funkcja rozkładu wpływów eksploatacji górniczej w ośrodku zmieniającym swoje własności pod wpływem eksploatacji, XV Edycja Szkoły Eksploatacji Podziemnej 2006, Instytut Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią, Polska Akademia Nauk, Kraków 2006, 719–730.
- [15] Chudek M., Stefański L., Wpływ postępu frontu górniczego na szybkość deformacji terenu na powierzchni, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej 1990, seria Górnictwo 145.
- [16] Chudek M., Deformacje masywu skalnego spowodowane podziemną eksploatacją złóż zalegających poziomo, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej 1992, seria Górnictwo 205.
- [17] Paleczek W., Obliczanie wskaźników deformacji terenu powstałej na skutek podziemnej eksploatacji górniczej w przestrzennym stanie przemieszczeń w środowisku MATHCAD, Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej 2004, seria Budownictwo 11, 57–70.
- [18] Kwiatek J. (red.), Problemy eksploatacji górniczej pod terenami zagospodarowanymi, Wydawnictwo Głównego Instytutu Górnictwa, Katowice 2005.
- [19] Paleczek W., Postulat S.G. Awierszyna we wzorach empirycznych i równaniach teorii sprężystości, Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej 2006, seria Budownictwo 13, 121–127.

- [20] Konopko W., O przemieszczeniach górotworu nad polami ciągłej eksploatacji, *Prace Naukowe Głównego Instytutu Górniczo-Geologicznego nr 41, Problemy ochrony terenów górniczych*, Katowice 2002, 235–246.
- [21] Skinderowicz B., Osiedlenie powierzchni spowodowane eksploatacją pokładów nachylonych, *II Krajowe Sympozjum: Ochrona powierzchni przed uszkodzeniami górniczymi*, Katowice 1985, 117–129.
- [22] Paleczek W., Metoda określania wielkości i zasięgu deformacji powierzchni terenu powodowanych podziemną eksploatacją złóż z uwzględnieniem własności geomechanicznych skał górotworu, *Polska Akademia Nauk, Komitet Inżynierii Lądowej i Wodnej, Instytut Podstawowych Problemów Techniki, Studia z Zakresu Inżynierii nr 58*, Warszawa 2007.
- [23] Stępień I., Badania naprężeń i odkształceń podłoża uwarstwionego, *Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej 2005, seria Budownictwo 12*, 143–147.
- [24] Adamczyk-Królak I., Łydzbiński A., Podłoga na gruncie z zastosowaniem keramzytu, *Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej 2010, seria Budownictwo 16*, 106–110.

On problems in modeling the deformation of the terrain surface in the aspect of construction in mining areas

ABSTRACT:

The paper presents a solution to the problem of modeling the depressions of terrain and rock mass, in which simultaneous occurrence of: initial vertical displacement, asymmetrization and elevation was taken into account. The calculation formulas given have been developed on the basis of a theoretical and empirical study. They can be useful for engineering and construction purposes when used in modeling structures and construction in the areas of underground mining exploitation.

KEYWORDS:

rock mass deformation; modeling; subsidence basin; uplift; asymmetry