



## Lowering of the land surface as a function of the immediate compressive strength and the softening coefficient of rocks when modelling rock mass deformation in construction in mining areas

Witold Paleczek<sup>1</sup>

### ABSTRACT:

The paper presents results of the approximation of land settlement in relation to the following: the Knothe-Budryk theory and the Chudek-Stefański theory concerning the influence of underground mining on the surface and rock mass. This is determined by the integral formula and was approximated to an algebraic form in such a way that it would not be necessary to use integral calculus, while taking into account the average geomechanical values of the rock mass. Empirical data obtained from 34 types of rocks collected from 16 boreholes of the same rock massif made it possible to create a correlation between the main impacts range and the softening coefficient, the immediate compressive strength and the average volumetric weight of the rock mass. The obtained mathematical equations make it possible to calculate the depressions of the land surface, based on the known geometry of excavations and their depths as well as the parameters of the mentioned rock mass. The results obtained from the integral formulas and the approximating formulas are compared. The presented solutions are used in modelling land surface deformation as a result of underground exploitation of deposits resulting from the need to conduct analyses of construction in mining areas, without the need to use calculus.

### KEYWORDS:

numerical modelling; integral and approximating formulas; Knothe-Budryk theory; Chudek-Stefański theory, construction in mining areas

## 1. Introduction

In engineering practice, geomechanical parameters such as: cohesion ( $c$ ), strength when saturated with water ( $R_{cn}$ ), immediate compressive strength ( $R_c$ ), immediate tensile strength ( $R_r$ ), and Young's modulus of elasticity ( $E$ ), are commonly used to assess rock mass. The values given are in the unit of pressure: in practice MPa is used. Correlation between the mentioned parameters lead to average values [1-9]. These values can characterize the rock mass in a given region. In the studies [8, 9] these values were presented as follows:  $R_{cn} = 11.11$  MPa,  $R_r = 2.00$  MPa,  $c = 3.33$  MPa,  $R_c = 25.00$  MPa,  $E = 4630.00$  MPa. Moreover: the rock softening coefficient was determined by the function  $M = \frac{R_{cn}}{R_c} = 0.4444$ , and averaged volumetric weight by  $\gamma = 0.02 \frac{\text{MPa}}{\text{m}}$ .

The quoted values, applied to the appropriate empirical and approximating formulas, give the same approximate result – Figures 1, 2.

The value of the theoretical parameter called the radius of the main influence range  $r$  was defined in the Budryk-Knothe theory by the formulas (1), while the Chudek-Stefański theory

<sup>1</sup> Czestochowa University of Technology, Faculty of Civil Engineering, ul. Akademicka 3, 42-218 Częstochowa, e-mail: witold.paleczek@pcz.pl, orcid id: 0000-0003-4742-2078

by the formulas (2), [1, 2]. Formulas (3) are the proposed approximated solution, which was determined on the basis of empirical data analysis.

It can be mentioned here that the value of the parameter  $tg(\beta)$  is used to determine protective pillars.

$$r = \frac{H}{tg(\beta)} \Rightarrow tg(\beta) = \frac{H}{r} \quad (1)$$

$$r = \sqrt{\frac{H \cdot R_r}{\gamma}} \Rightarrow tg(\beta) = \sqrt{\frac{H \cdot \gamma}{R_r}} \quad (2)$$

$$r = \sqrt{\frac{8 \cdot H \cdot R_c}{15^2 \cdot M \cdot \gamma}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{15} \cdot \sqrt{\frac{H \cdot R_c}{M \cdot \gamma}} \Rightarrow tg(\beta) = \frac{15 \cdot \sqrt{2}}{4} \cdot \sqrt{\frac{H \cdot M \cdot \gamma}{R_c}} \quad (3)$$

## 2. Formulas used for approximation

In the Knothe-Budryk theory, the formula defining the lowering for the case of an infinite half-plane was defined by the formula (4), while in the spatial aspect, the formula (5) was simplified by omitting the following parameters from the considerations: initial compression of the rock mass resulting from drainage  $w_w$  and the value of operational margin  $d$  – details on the interpretation of such simplifications are discussed in [3]:

$$w(x) = \frac{a \cdot g}{r} \cdot \int_{-\infty}^x e^{\frac{-\pi \cdot \lambda^2}{r^2}} d\lambda \quad (4)$$

$$w(x, y) = \int_{X_1}^{X_2} \int_{Y_1}^{Y_2} \frac{a \cdot g}{r^2} \cdot e^{\frac{-\pi \cdot [(\xi - y)^2 + (\eta - x)^2]}{r^2}} d\xi d\eta \quad (5)$$

Symbols in formulas (4) and (5):  $w(x)$ ,  $w(x, y)$  – respective values of vertical displacements (settlements, depressions) at the point with current coordinates  $x$  for the “infinite half-plane” aspect, and with coordinates  $x, y$  in the spatial aspect, where  $X_1, X_2, Y_1, Y_2$  are the coordinates of the diagonal of a rectangle, as a single, elementary exploitation field;  $a$  – service coefficient (post-exploitation void filling coefficient);  $g$  – thickness of the exploited layer (the so-called operating door height);  $r$  – radius of the range of main influences from the dependence determined by the formulas (1), (2), (3), where the angle  $\beta$  is the angle of the range of main influences, and  $H$  is the depth of exploited layer.

After applying the dependence (3) to the formula (4) and assuming that  $N = \pi$  a reduction was obtained  $w(x)$  in a function of seven variables, i.e.  $w(x, a, g, H, M, \gamma, R_c)$  which is presented in the formula (6).

$$w(x) = \frac{15 \cdot a \cdot g}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{H \cdot R_c}{M \cdot \gamma}}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{\frac{-15^2 \cdot M \cdot \gamma \cdot N \cdot \lambda^2}{8 \cdot H \cdot R_c}} d\lambda \quad (6)$$

After applying the dependence (3) to (5), assuming that  $N = \pi$  a decrease  $w(x, y)$  was obtained for a single, rectangular exploitation field, with the coordinates of its diagonal  $X_1, X_2, Y_1, Y_2$  as a function of eight variables, i.e.  $w(x, y, a, g, H, M, \gamma, R_c)$  as shown by the formula (7).

$$w(x, y) = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \frac{15^2 \cdot a \cdot g \cdot M \cdot \gamma}{8 \cdot H \cdot R_c} \cdot e^{\frac{-15^2 \cdot M \cdot \gamma \cdot N \cdot [(\xi - y)^2 + (\eta - x)^2]}{8 \cdot H \cdot R_c}} d\xi d\eta \quad (7)$$

When trying to find a closed solution for the equation defined by formula (6), the first attempt to satisfy it was obtained using approximation methods. It was determined by formula (8) – in the calculations a negative value of the parameter  $a$  was assumed, so that the result value of the settlement was a negative number; the empirical value of the parameter  $\nu = 4.25$  was also assumed, see papers [3, 7-9].

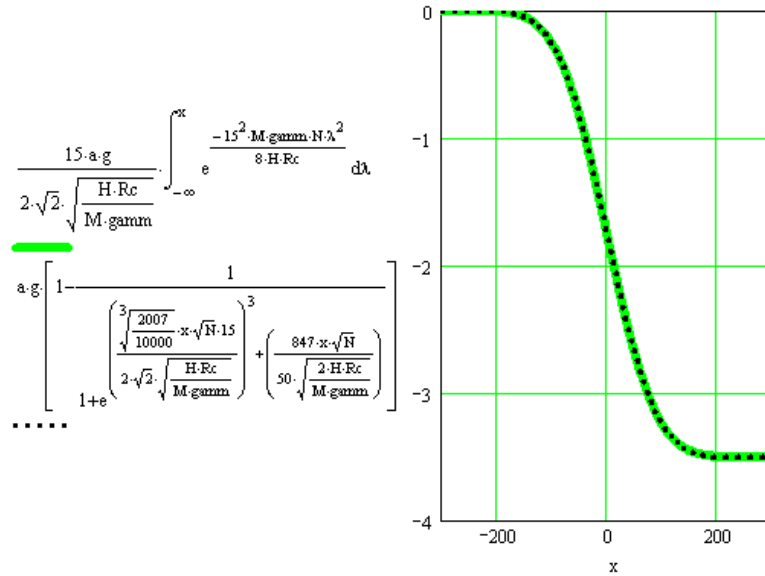
$$w(x) = a \cdot g \cdot \left( 1 - \frac{1}{\frac{15 \cdot \nu \cdot x}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{H \cdot R_c}{M \cdot \gamma}}}} \right) \quad (8)$$

It is worth noting that the maximum differences of the results obtained from formula (8) with respect to the integral formula (6), do not exceed the value of  $\pm 0.04$  m. These differences are obvious and they are coming from the model of the approximating function used. In order to increasing the accuracy of the calculations, formula (6) was approximated to the form defined by the formula (9)

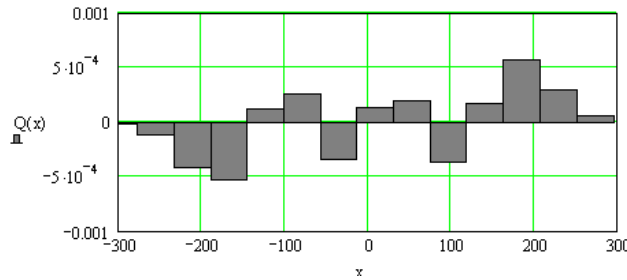
$$w(x) = a \cdot g \cdot \left( 1 - \frac{1}{1 + e^{\left( \frac{15 \cdot \sqrt[3]{\frac{2007}{10000}} \cdot x \cdot \sqrt{N}}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{H \cdot R_c}{M \cdot \gamma}}} \right)^3 + \left( \frac{847 \cdot x \cdot \sqrt{N}}{50 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H \cdot R_c}{M \cdot \gamma}}} \right)}} \right) \quad (9)$$

The maximum differences in the results obtained from formulas (6) and (9) do not exceed the value of  $\pm 0.6$  mm (see Fig. 2), which for engineering applications seems to be an acceptable value in the modelling of post-excavation subsidence of the land surface, because many factors contribute to this type of inaccuracy. For example: the heterogeneity of the rock mass, the degree of rock mass recognition through data from the test holes, the accuracy of the results of laboratory tests when determining the values of geomechanical parameters of rocks from the collected, annealed rock mass samples [4-9]. Figure 1 shows a collective diagram of the functions resulting from formulas (6) and (9), whereas Figure 2 shows the maximum differences in the results obtained from formulas (6) and (9), according to the numerical data as in Figure 1. Figure 2 shows the values obtained from the formula (10).

$$Q(x) = \left( \frac{15 \cdot a \cdot g}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{H \cdot R_c}{M \cdot \gamma}}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{\frac{-15^2 \cdot M \cdot \gamma \cdot N \cdot \lambda^2}{8 \cdot H \cdot R_c}} d\lambda \right) - \left( a \cdot g \cdot \left( 1 - \frac{1}{1 + e^{\left( \frac{15 \cdot \sqrt[3]{\frac{2007}{10000}} \cdot x \cdot \sqrt{N}}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{H \cdot R_c}{M \cdot \gamma}}} \right)^3 + \left( \frac{847 \cdot x \cdot \sqrt{N}}{50 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H \cdot R_c}{M \cdot \gamma}}} \right)}} \right) \right) \quad (10)$$



**Fig. 1.** Graphs of functions defined by the formulas (1) – marked with a solid line and (3) – with a dotted line, assuming illustrative values of the variables:  $a = -0.9$ ,  $\nu = 4.25$ ,  $g = 3.9$  m,  $H = 300$  m,  $R_c = 25$  MPa,  $M = 0.4444$ ; negative values on the axis  $x$  mean the area above the unexcavated surface, positive values on the axis  $x$  mean the area above the post-operational void, values on the vertical axis are settlement values [m]; the case of the infinite half-plane has been simplified here, because the exploitation margin  $d$  and initial settlements resulting from the compression of the rock mass due to drainage  $w_w$ , [3, 7, 9] are not taken into account



**Fig. 2.** The graph of the function defined by the formula (10) shows that the differences between the results obtained from the approximated formula (9) with respect to the integral formula (6) do not exceed the value  $\pm 6 \cdot 10^{-4}$  m =  $\pm 0.6$  mm

### 3. Conclusions

The mathematical formulas obtained from the approximation and expressed in the theories quoted in this study, make possible calculating the decreases of the ground surface without the need of using integral calculus. The differences between the results obtained from the approximated formulas in relation to the integral formulas, do not exceed the value of a few tenths of a millimetre, which may be useful for the calculation of estimated values in the analysis of modelling ground surface decreases due to mining excavation of deposits. When developing the proposed solutions, the efforts went towards making it possible to use commonly available databases of geomechanical parameters of rock masses for engineering calculations in construction in mining areas.

## References

- [1] Knothe S., Prognozowanie wpływów eksploatacji górniczej. Wydawnictwo Śląsk, Cieszyn 1984.
- [2] Chudek M., Stefański L., Teoretyczne ujęcie wpływu podziemnej eksploatacji złóż na deformację powierzchni terenu przy uwzględnieniu warstwowej budowy górotworu, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Seria Górnictwo 145, 1987, 13-62.
- [3] Paleczek W., Modelowanie deformacji powierzchni terenu wskutek podziemnej eksploatacji górniczej w aspekcie budownictwa na terenach górniczych. Seria: Monografie nr 252, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2013.
- [4] Kwiatek J. (red.), Ochrona obiektów budowlanych na terenach górniczych, Wydawnictwo Głównego Instytutu Górnictwa, Katowice 1998.
- [5] Kwiatek J., Obiekty budowlane na terenach górniczych. Wydanie II, Główny Instytut Górnictwa, Katowice 2007.
- [6] Borecki M. (red.), Ochrona powierzchni przed szkodami górniczymi. Wydawnictwo Śląsk, Katowice 1980.
- [7] Paleczek W., O funkcjach zależności promienia zasięgu wpływów głównych w zastosowaniu do modelowania przemieszczeń pionowych powierzchni terenu wskutek podziemnej eksploatacji złóż pokładowych z uwzględnieniem własności geomechanicznych masywu skalnego na potrzeby analiz w problematyce budownictwa na terenach górniczych. Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej 2020, seria Budownictwo 26, 133-139.
- [8] Paleczek W., Metoda określania wielkości i zasięgu deformacji powierzchni terenu powodowanych podziemną eksploatacją złóż z uwzględnieniem własności geomechanicznych skał górotworu, Polska Akademia Nauk, Komitet Inżynierii Lądowej i Wodnej, Instytut Podstawowych Problemów Techniki, Studia z Zakresu Inżynierii nr 58, Warszawa 2007.
- [9] Paleczek W., O aproksymacji funkcji osiadań powierzchni terenu wskutek podziemnej eksploatacji złóż z uwzględnieniem danych geomechanicznych masywu skalnego na potrzeby modelowania w budownictwie na terenach górniczych. Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej 2020, seria Budownictwo 26, 126-132.

## O obniżeniach powierzchni terenu w funkcji doraźnej wytrzymałości na ściskanie i współczynnika mięknięcia skał przy modelowaniu deformacji górotworu w budownictwie na terenach górniczych

### STRESZCZENIE:

Przedstawiono wyniki aproksymacji funkcji osiadania dwóch znanych teorii, tj.: teorii Knothe-Budryka oraz teorii Chudka-Stefańskiego dotyczących wpływów podziemnej eksploatacji górniczej na powierzchnię i górotwór. Funkcję tę, określoną wzorem całkowym, aproksymowano do postaci algebraicznej, w taki sposób, aby nie było konieczności stosowania rachunku całkowego, uwzględniając jednocześnie średnie wartości geomechaniczne masywu skalnego. Dane empiryczne pozyskane z 34 rodzajów skał pozyskanych z 16-tu otworów wiertniczo-badawczych tego samego masywu skalnego umożliwiły utworzyć zależność korelacyjną między promieniem zasięgu wpływów głównych i współczynnikiem mięknięcia, doraźną wytrzymałością na ściskanie oraz średnim ciężarem objętościowym skał górotworu. Uzyskane zależności matematyczne umożliwiają obliczanie obniżeń powierzchni terenu na podstawie znanej geometrii wyrobisk i ich głębokości zalegania oraz wymienionych tu parametrów górotworu. Porównano różnice wyników otrzymywanych ze wzorów całkowych i wzorów aproksymujących. Prezentowane rozwiązania znajdują zastosowanie w modelowaniu deformacji powierzchni terenu wskutek podziemnej eksploatacji złóż wynikających z potrzeb przeprowadzania analiz w budownictwie na terenach górniczych bez konieczności stosowania rachunku całkowego.

### SŁOWA KLUCZOWE:

modelowanie numeryczne; formuły całkowite i aproksymacyjne; teoria Knothe-Budryka; teoria Chudka-Stefańskiego, budownictwo na terenach górniczych